الجذر التربيعي لعدد موجب

الكفاءة المستهدفة

*/ تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب

*/ معرفة قواعد الحساب على الجذور التربيعية و استعمالها لتبسيط عبارات تتضمن جذورا تربيعية

تصميم الدرس

1. تعاريف
2. تمارين محلولة
3. التمارين
4. حلول التمارين

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

1/ تعاريف :

ليكن a عددا موجبا .
العدد الموجب الذي مربعه a يسمى الجذر التربيعي نرمز له بـ $\sqrt{a}$

* $\sqrt{0}=0$
* العدد السالب ليس له جذر تربيعي .

أمثلة :

* $5^2=25$ إذن: $\sqrt{25}=5$
* $\sqrt{3}$ هو العدد الموجب الذي مربعه لنحصل على 3:

$(\sqrt{3})^2=3$

2 .خواص :

a b عددان موجبان ≠

$(\sqrt{a})^2 = a$; $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ و $b \neq 0$

امثلة:

$\sqrt{28} = \sqrt{4x7}$ ، $\sqrt{28} = \sqrt{4} \times \sqrt{7}$ ، $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$= \sqrt{72}$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

3. المعادلات من الشكل : $x^2 = a$

خاصية:

ليكن العدد a

*/ إدا كان $a > 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ لها حلان:

$\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$

*/ ‘دا كان: $a = 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ لها حل

وحيدهو:0

*/ إذا كان: $a<0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ ليس لها حل0

أمثلة :

* المعادلة $x^2 = 7$ لها حلان : $-\sqrt{7}$ و $\sqrt{7}$

* المعادلة $x^2 = -4$ ليس لها حل .

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

تمارين محلولة

التمرين المحلول 1:

(استعمال الجداءات الشهيرة)

بين ان: $c = (2+\sqrt{3})^2 + (1-2\sqrt{3})^2$

و : $d = (2-\sqrt{3}) \times (2+\sqrt{3})$

هما عددان طبيعيان .

الحل :

لدينا : $c = (2+2\sqrt{3})^2 + (1-2\sqrt{3})^2$

$$= (2^2 + 2\times 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2) + (1^2 - 2\times 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2)$$

$$= 4 + 4\sqrt{3} + 3 + 1 - 4\sqrt{3} + 12$$

$$\boxed{c = 20}$$

التمرين المحلول 2:

استعمال المعادلة في الهندسة $x^2 = a$

علبة أسطوانية الشكل حجمها 900 cm

ارتفاعها 11 cm

* احسب نصف قطر قاعدة العلبة

* أعط مدور نصف القطر إلى mm

الحل:

*/ R يمثل نصف قطر العلبة

$$\pi R^2 \times 11 = 900$$

$$R^2 = \frac{900}{11\pi}$$

*/ R طول أدن الحل الموجب هو المناسب

نصف قطر العلبة هو:

$$\sqrt{\frac{900}{11\pi}} \text{ cm}$$

المدور إلى mm هو:

1,5 mm

*/ نعمل باستعمال القيمة التامة دون تعويض π بقيمتها المقربة.

*/المعادلة $R^2 = \frac{900}{11\pi}$

لها حلان $-\sqrt{\frac{900}{11\pi}}$

و $\sqrt{\frac{900}{11\pi}}$

http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

التمرين المحلول 3:

معرفة و استعمال الكتابة من الشكل $\sqrt{a^2 b}$

الطريقة:

عندما يطلب منا كتابة $\sqrt{98}$ على شكل $a\sqrt{b}$

*علينا أن نكتب العدد 98 على شكل جداء مربع تام

(64,49,36,25,16,9,4 ...) بعدد طبيعي.

*أكتب على شكل $a\sqrt{b}$ كل من الأعداد التالية حيث a وb عددان طبيعيان وb أصغر عدد ممكن.

$\sqrt{98}$ و $\sqrt{50}$ و $\sqrt{98} + \sqrt{50}$.

الحل:

- $\sqrt{50} = \sqrt{25x2} = \sqrt{5^2 x2}$

$= 5\sqrt{2}$

$\sqrt{98} = \sqrt{49x2} = 7\sqrt{2}$

نكتب 50= 25x2

حيث 25 هو أكبر مربع تام

يقسم 50

$\sqrt{50} + \sqrt{98} = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$.

نستخرج $\sqrt{2}$ كعامل مشترك $5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = (7+5)\sqrt{2}$

التمرين المحلول 4:

استعمال خواص الجذور التربيعية.

* بسط العبارات التالية: $\sqrt{18} \times \sqrt{2}$ و $\frac{\sqrt{8.1}}{\sqrt{0.1}}$.

* أكتب على شكل كسر مقامه عدد ناطق: $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

جميع الحقوق محفوظة ©

الحـل:

نستعمل العلاقة

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{18} = \sqrt{2x18} \quad /1$$
$$= \sqrt{36} = 6$$

نستعمل العلاقة

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ و } b \neq 0$$

$$\frac{\sqrt{8.1}}{\sqrt{0.1}} = \sqrt{\frac{8.1}{0.1}} = \sqrt{81}$$
$$= 9$$

نستعمل العلاقة:

$$\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb} \text{ و } \sqrt{3}x\sqrt{3} = 3$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2x\sqrt{3}}{\sqrt{3x\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

التمارين

1/ أعط - مربع- مضاعف – الجذر التربيعي – النصف لكل من الأعداد التالية (استعمال الحاسبة).

أ/ 25 ب/ 10^2 جـ/ 0.006 د/ 10^{-2}.

2/ احسب بدون استعمال الآلة الحاسبة:

أ/ $\sqrt{121}$ ب/ $\sqrt{6400}$ جـ/ $\sqrt{0.09}$ د/ $\sqrt{\frac{25}{16}}$

3/ بسط العبارات التالية:

$A= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$

$B= 11\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$

4/ بسط العبارات التالية:

$A = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

$B = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$

5/ ABC مثلث قائم في A فيه $BA= 4$ cm $CA= 3$cm

احسب طول الضلع: BC

6/ ABCD مستطيل حيث $BC = 2+\sqrt{5}$ $AB = \sqrt{5}$

* أحسب محيط هذا المستطيل .

* أحسب مساحة هذا المستطيل.

7/ أنشر و بسط مايلي:

$A = 7(2+\sqrt{5})$ $B= \sqrt{2}(\sqrt{2}+5)$

$C = (2-\sqrt{3})^2$ $D = (1-\sqrt{7})(1+\sqrt{7})$

8/ أنشر العبارات التالية:

$A = (x+\sqrt{2})^2$ $B = (x\sqrt{5}+2)(x\sqrt{5}-2)$

9/ حلل العبارات التالية:

$A = X^2 - 4$ $B = x^2 - 5$

10/ قرص مساحته $15\ cm^2$

* احسب نصف قطره.

* اعط المدور إلى mm لنصف قطره.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

11/ أكتب بدون رمز الجذر التربيعي مايلي:

$$B = \sqrt{\frac{0.7}{27}} \times \sqrt{\frac{70}{3}} \qquad A = \sqrt{27} \times \sqrt{3}$$

12/ أكتب على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد صحيح مايلي:

$$B = \sqrt{80} \qquad A = \sqrt{72}$$

13/ أكتب $\sqrt{720}$ ، $\sqrt{125}$ على شكل $a\sqrt{b}$

* استنتج كتابة مبسطة لـ : $A = 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125} + \sqrt{720}$

14/ نسمي مسافة التوقف المسافة المقطوعة أبتداءا من رؤية السائق للخطر و هي تنقسم إلى مسافتين :

* المسافة d(m) المقطوعة في زمن رد فعل السائق والمقدرة بواحد ثانية.

* المسافة D(m) للكبح معطاة بالعلاقة $D = v^2 \times \frac{1}{20f}$

حيث: v هي سرعة السيارة

f معامل إحتكاك العجالات مع الطريق و هو 0.7 في حالة طريق جاف و0.4 في حالة طريق مبلل.

* احسب مسافة توقف سيارة تسير بسرعة: 90 km/h

* على طريق جاف

* على طريق مبلل.

15/ إليك الشكل المقابل (حيث القياسات غير حقيقية)

ABCD مربع طول ضلعه هو x (cm) .

EFC مثلث قائم في C حيث FC = 4 cm

* أحسب المساحة S_1 للمربع ABCD بدلالة X

* أحسب S_1 من أجل $X=2+\sqrt{2}$ (تعطى النتيجة على شكل $a+b\sqrt{2}$ حيث b.a عددان صحيحان

- نفرض X أكبر من 1

* علما أن BE=0.5cm أحسب بدلالة X المساحة S_2 للمثلث EFC

* لنرمز بـ S لمجموع المساحتين S_1+S_2 بدلالة X

* تحقق أن $S = X^2 + 2X - 1$

- أحسب S من أجل $X=2+\sqrt{2}$ (تعطى النتيجة على شكل $a+b$ حيث b.a عددان صحيحان)

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

حلول التمارين

التمرين الأول :

العدد	مربعه	ضعفه	جذره التربيعي	نصفه
25	625	50	5	12.5
10^2	10^4	200	10	50
0.0064	0.00004096	0.0128	0.8	0.0032
10^{-2}	10^{-4}	0.02	10^{-1}	0.005

التمرين الثاني

* $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$
* $\sqrt{6400} = \sqrt{100x64} = 10 \times 8 = 80$
* $\sqrt{0.09} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10} = 0.3$
* $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$

التمرين الثالث:

تبسيط العبارات:

$A = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$B = 11\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

التمرين الرابع : تبسيط العبارات:

$A = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + \sqrt{2} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{2} + \sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$A = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

$B = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5} - \sqrt{3}$

التمرين الخامس:

حساب طول الضلع BC

ABC مثلث قائم في A حسب فيتاغورث

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$$BC^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$BC^2 = 16 + 9$$

$$BC^2 = 25$$

$$BC = \pm\sqrt{25}$$

لانه طول $BC = 5cm$

التمرين السادس:

ABCD مستطيل.

* محيط المستطيل: $P = 2(L + l)$

$$P = 2(2 + \sqrt{5} + \sqrt{5})$$

$$P = 2(2 + 2\sqrt{5})$$

$$P = 4 + 4\sqrt{5}$$

* مساحة المستطيل.

$$S = L \times l$$

$$S = (2 + \sqrt{5})\sqrt{5} = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5} + \sqrt{25}$$

$$S = 2\sqrt{5} + 5$$

التمرين السابع:

النشر و التبسيط:

$$A = 7(2 + \sqrt{5}) = 14 + 7\sqrt{5}$$

$$B = \sqrt{2}(\sqrt{2} + 5) = \sqrt{2}\sqrt{2} + \sqrt{2}\,5 = 2 + 5\sqrt{2})$$

$$C = (2 - \sqrt{3})^2 = (2)^2 - 2(2\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3$$

$$C = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$D = (1 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7}) = (1)^2 - (\sqrt{7})^2 = 1 - 7 = -6.$$

التمرين الثامن:

النشر و التبسيط:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$A = (x + \sqrt{2})^2$

$= x^2 + 2(x\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2$

$A = x^2 + 2\sqrt{2}\,x + 2$

$B = (x\sqrt{5} + 2)(x\sqrt{5} - 2)$

$= (x\sqrt{5})^2 - (2)^2$

$B = 5x^2 - 4$

نستعمل الجداءات الشهيرة

$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

نستعمل $(\sqrt{A})^2 = A$

نستعمل الجداءات الشهير

$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

$(A\sqrt{B})2 = A^2 B$

التمرين التاسع:

تحليل العبارات

$A = x^2 - 4$

$= x^2 - 2^2$

$= (x-2)(x+2)$

$B = x^2 - 5$

$= x^2 - (\sqrt{5})^2$

$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$

نستعمل الجداءات الشهيرة

$A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$

نستعمل $(\sqrt{A})^2 = A$

التمرين العاشر:

حساب نصف القطر

نعلم أن مساحة القرص تعطى بالعلاقة:

$S = \pi R^2$

إذن $15 = \pi R^2$

$R^2 = \frac{15}{\pi}$ cm

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$$R=\sqrt{\frac{15}{\pi}}$$

$$R = 2.2 \text{ cm}$$

التمرين الحادي عشر:

الكتابة بدون رمز الجذر التربيعي:

نستعمل العلاقة:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

$$A = \sqrt{27} \times \sqrt{3}$$
$$= \sqrt{27x3} = \sqrt{81}$$
$$A = 9.$$

$$B = \sqrt{\frac{0.7}{27}} \times \sqrt{\frac{70}{3}}$$

نستعمل العلاقة

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ و } \neq 0$$

b

$$B = \sqrt{\frac{0.7}{27}x\frac{70}{3}} = \sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{81}}$$

$$B = \frac{9}{7}$$

التمرين الثاني عشر:

الكتابة على الشكل: $a\sqrt{b}$ كل من الأعداد التالية

حيث a وb عددان طبيعيان:

بالتحليل إلى جداء عوامل

نبحث عن المربع التام ثم

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$A = \sqrt{72} = \sqrt{36x2}$$
$$= \sqrt{36} \times \sqrt{2} = \sqrt{6^2} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$
$$B = \sqrt{80} = \sqrt{16x5}$$
$$= \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

جميع الحقوق محفوظة ©

التمرين الثالث عشر:

* الكتابة على شكل $a\sqrt{b}$

$$\sqrt{125} = \sqrt{25x5} = \sqrt{5^2 x5}$$

$$\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{720} = \sqrt{144x5} = \sqrt{12^2 x5}$$

$$\sqrt{720} = 12\sqrt{5}$$

* الكتابة المبسطة

$$A = 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125} + \sqrt{720}$$

$$A = 3(4\sqrt{5}) - 2(5\sqrt{5}) + 12\sqrt{5}$$

$$A = 12\sqrt{5} - 10\sqrt{5} + 12\sqrt{5}$$

$$A = 14\sqrt{5}$$

التمرين الرابع عشر:

لإيجاد مسافة توقف سيارة بسرعة 90 km/h

* نحول السرعة إلى المتر في الثانية:

$$V = \frac{90x1000}{6300}$$

$$V = 25 \text{ m/s}$$

على الطريق الجاف:

* مسافة رد الفعل في الثانية الأولى لرؤية الخطر:

$$d = 25 \text{ m}$$

* مسافة التوقف على الطريق الجاف:

$$D = v^2 \times \frac{1}{20f}$$

$$D = (25)^2 \times \frac{1}{20x0.7}$$

$$D = 44.64$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

و منه مسافة التوقف الحقيقية هي:

$$\boxed{25 + 44.64 = 69.64m}$$

على الطريق المبلل:

* مسافة رد الفعل في الثانية الأولى لرؤية الخطر:

$D = 25\ m$

* مسافة التوقف على الطريق المبلل:

$$D = v^2 \times \frac{1}{20f}$$

$$D = (25)^2 \times \frac{1}{20x0.4} = 78.125m$$

و منه مسافة التوقف الحقيقية هي:

$$\boxed{25 + 78.125 = 103.125}$$

التمرين الخامس العشر:

* حساب المساحة S للمربع ABCD بدلالة X :

$$S = X^2$$

* حساب S من اجل $X = 2 + \sqrt{2}$

$$A = (2 + \sqrt{2})^2$$

$$= (2)^2 + 2(2\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2$$

$$= 4 + 4\sqrt{2} + 2$$

$$S = 6 + 4\sqrt{2}$$

* حساب المساحة S' بدلالة x للمثلث EFC .

$$S' = \frac{1}{2} CF \times CE$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$= 14\ (X - 0.5\ ) = 2\ (X - 0.5)$

$S' = 2X - 1$

* التحقق : لدينا

$5 = S + S'$

$= 1 - X^2 + 2X$

* حساب S من اجل $X = 2 + \sqrt{2}$

$S = (2 + \sqrt{2}\ )\ 2 + 2\ (\ 2 + \sqrt{2}\ )\ - 1$

من السؤال 1/ * نجد:

$= 6 + 4\sqrt{2} + 4 + 2\sqrt{2}\ - 1$

$S = 6\sqrt{2} + 9$

جميع الحقوق محفوظة ©